

Vraag 1. Isoclines (5 punten)

Schets de isoclines en het vectorveld van het volgende biologische systeem

$$\frac{dx}{dt} = \frac{ax}{h+x} - bx \quad \text{en} \quad \frac{dy}{dt} = \frac{cxy}{h+y} - dy ,$$

voor alle kwalitatief verschillende situaties (vergeet de snijpunten met de assen niet).

Vraag 2. Co-existentie in het microbioom (7 punten)

In onze darmen leeft een bijzonder divers ecosysteem van bacteriën dat gevoed wordt door onverteerde etensresten. De bacteriën concurreren om verschillende bestanddelen van ons voedsel, en dankzij deze niche differentiatie kunnen we ons voorstellen dat er verschillende soorten bacteriën samen voor kunnen komen. Dit is echter niet genoeg om de volledige diversiteit van een microbioom te verklaren want ons voedsel levert maar een beperkt aantal verschillende resources op in de darm. De situatie in de darm is complex omdat bacteriën in de darm producten uitscheiden die weer een resource kunnen vormen voor andere bacteriën. Laten we voor de eenvoud één resource, R_1 , beschouwen uit ons voedsel die geconsumeerd wordt door één soort bacterie, B_1 . De B_1 bacteriën scheiden een product uit, R_2 , dat geconsumeerd wordt door een tweede soort bacterie, B_2 . We schrijven het volgende model

$$\begin{aligned} \frac{dR_1}{dt} &= s - d_1R_1 - a_1R_1B_1, & \frac{dR_2}{dt} &= pB_1 - d_2R_2 - a_2R_2B_2, \\ \frac{dB_1}{dt} &= a_1R_1B_1 - \delta_1B_1 & \text{en} & \quad \frac{dB_2}{dt} = a_2R_2B_2 - \delta_2B_2. \end{aligned}$$

- Waarom kunnen we geen Tilman diagram maken voor dit systeem?
- Neem aan dat de kinetiek van de resources veel sneller is dan die van de bacteriën, en schrijf de quasi steady state vergelijkingen van de resources en vul deze in de dB_i/dt vergelijkingen.

Vraag 3: Stel een model op (20 punten)

- Epitheelcellen in de longen vormen een twee-dimensionaal weefsel, vullen lege plekken op door celdeling, en hebben een levensverwachting van een paar weken. Tijdens een griep epidemie verspreidt het influenzavirus zich over dit weefsel en kan het deze epitheelcellen infecteren. Geïnfecteerde cellen hebben een levensverwachting van een paar dagen en produceren nieuwe virussen. Bovendien produceren geïnfecteerde cellen een eiwit (interferon) dat snel verspreid wordt, en dat ongeïnfecteerde cellen bescherming biedt tegen nieuwe infecties. **Stel een natuurlijk model op van 4 ODEs voor ongeïnfecteerde cellen, geïnfectedeerde cellen, virussen, en interferon.**
- Bacteriën in een rioolwaterzuivering consumeren nutriënten in het afvalwater door te groeien. Het afvalwater wordt met een constante snelheid aangevoerd, bevat altijd een hoge concentratie nutriënten, en wordt zo goed belucht dat de bacteriën op een maximale snelheid groeien. De verblijftijd van het afvalwater met bacteriën in de rioolwaterzuivering is zo lang dat de meeste nutriënten opgenomen worden door de bacteriën voordat het water de installatie verlaat. **Stel een natuurlijk model voor de nutriënten en de bacteriën.**

Vraag 4: Boerlijst et al., PLOS ONE 2013. (4 punten) Waarom krijgen ze alleen maar een early warning signal in de juvenielen? Gebruik hiervoor niet meer dan 50 woorden.

Vraag 5: Huisman & Weissing, Nature 1999. (4 punten)

Waarom verandert de dynamiek van het systeem in Figuur 1c na 1000 dagen? Gebruik hiervoor niet meer dan 25 woorden.

Vraag 6: Berngruber et al., PLOS Pathogens 2013. (4 punten)

Beschrijf in eigen woorden waar p_i en q_i in vergelijking (2.1) en (2.2) voor staan. Gebruik hiervoor niet meer dan 50 woorden.

Antwoordmodel toets 2 BM 2019

Antwoordvel

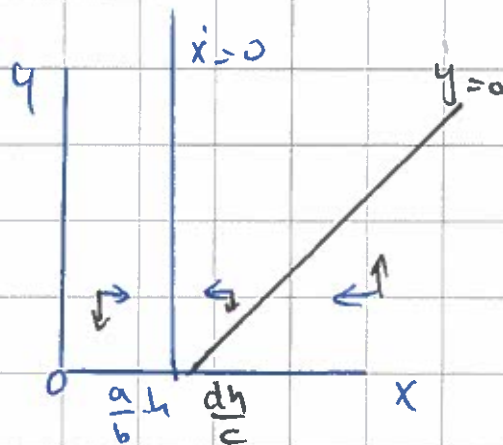
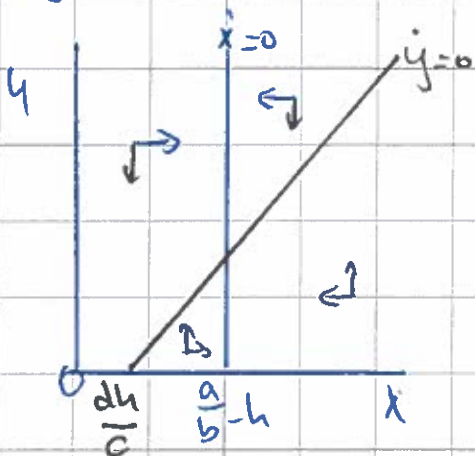
Vraag:

Naam:

Student nummer:

1. $\frac{ax}{h+x} - bx = 0 : x=0$ of $\frac{a}{b} = h+x \Leftrightarrow x = \frac{a}{b} - h$

$\frac{cx}{h+y} - dy = 0 : y=0$ of $\frac{cx}{d} = h+y \Leftrightarrow y = \frac{c}{d}x - h$



2a. Omdat R_2 van B_1 afhangt: je kunt geen R_1 vs R_2 diagram maken want B_1 en B_2 van afhangen

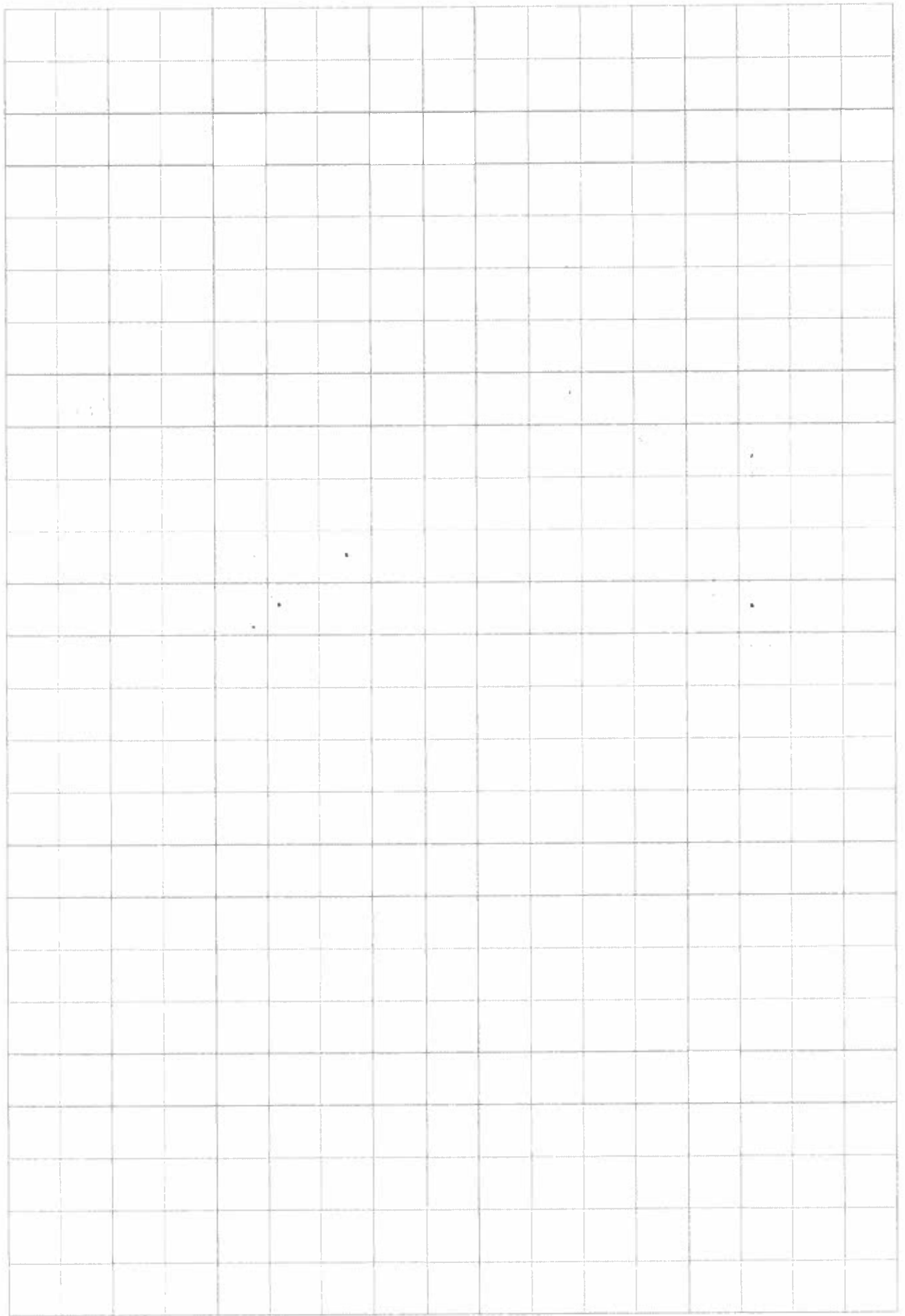
b. $R_1 = \frac{s}{d_1 + a_1 B_1}$

$R_2 = \frac{p B_1}{d_2 + a_2 B_2}$

5p

$B_1' = \frac{a_1 s B_1}{d_1 + a_1 B_1} - d_1 B_1$

$B_2' = \frac{a_2 p B_1 B_2}{d_2 + a_2 B_2} - d_2 B_2$



3a $\dot{E} = bE \left(1 - \frac{1+E}{k}\right) - \frac{\beta EU}{1+(F/h)^n} - dE$ or $-\beta EU(1-F/h) - dE$

10p $\dot{I} = \frac{\beta EU}{1+(F/h)^n} - \delta I$ + $\beta EU(1-F/h) - \delta I$

$\dot{V} = p_1 I - c_1 V$

$\dot{F} = p_2 I - c_2 F$

3b $\dot{R} = s - dR - \frac{aRB}{h+R}$ ($\dot{R} = s - dR - aB$)

10p $\dot{B} = \frac{aRB}{h+R} - dB$) $\dot{B} = aB - dB$

4. Omdat de eigenvector die bij de eigenwaarde hoort die door nul gaat in de richting van de juvenielen wijst

4p

5. Hier wordt een nieuwe soort geïntroduceerd

4p

6. p_i is de frequentie van provirus van strain i
 q_i " " " " vrij virus " " "

4p

