

Vraag 1. Co-existentie in het microbiome (10 punten)

In onze darmen leeft een bijzonder divers ecosysteem van bacteriën dat gevoed wordt door onverteerde etensresten. De bacteriën concurreren om verschillende bestanddelen van ons voedsel, en dankzij deze niche differentiatie kunnen we ons voorstellen dat er verschillende soorten bacteriën samen voor kunnen komen. Dit is echter niet genoeg om de volledige diversiteit van een microbiome te verklaren want ons voedsel levert maar een beperkt aantal verschillende resources op in de darm. De situatie in de darm is complex omdat bacteriën in de darm producten uitscheiden die weer een resource kunnen vormen voor andere bacteriën. Laten we voor de eenvoud één resource, R , beschouwen uit ons voedsel die geconsumeerd wordt door één soort bacterie, B_1 . De B_1 bacteriën scheiden verschillende producten uit, E_i waar $i = 1, 2, \dots, m$, die geconsumeerd kunnen worden door andere bacteriën, B_i , waar $i = 2, 3, \dots, n$.

- Wat is de maximale evenwichtsdiversiteit van bacteriesoorten, n , voor deze resource, R , als de B_1 bacteriën $m = 2$ producten produceren? Geef een korte verklaring.
- Vereenvoudig dit nog verder, en schrijf ODEs voor het systeem $dR/dt, dB_1/dt, dE_1/dt$, en dB_2/dt waar de B_2 bacteriën E_1 consumeren. Het geboortecijfer van de bacteriën hoort een Monod verza-diging te zijn van hun beschikbare resource.

Vraag 2: Stel een model op (20 punten)

- Op een strand van een klein eiland leven Heremietkreeften in de getijdenzone. Volwassen kreeften wonen in lege schelpen en jonge kreeftjes spoelen aan met de getijdenbeweging en gaan op zoek naar een lege schelp. Als ze die niet kunnen bemachtigen gaan ze dood of spoelen ze weg. De volwassen kreeften die in een schelp huizen blijven op het strand. De lege schelpen spoelen ook aan en weg met de getijdenbeweging (die je constant mag veronderstellen). De kreeftjes en schelpen die dagelijks aanspoelen komen uit zo'n grote zee dat hun aantallen niet afhangen van wat er op dit strand gebeurt. **Stel een eenvoudig model op voor de populaties op het strand.**
- Zooplankton soorten zoals *Daphnia* eten algen en hebben deze consumptie nodig voor hun eigen onderhoud (d.w.z., om te kunnen overleven) en voor de productie van eieren. Beide processen zijn afhankelijk van de hoeveelheid algen die ze consumeren en als ze weinig te eten hebben worden er geen (of vrijwel geen) eieren geproduceerd (omdat ze alle consumptie nodig hebben voor hun onderhoud). **Stel een eenvoudig model op voor het zooplankton, hun eieren, en de algen in een aquarium met voldoende voedsel en licht voor de groei van deze populaties.**

Vraag 3: SOAs (30 punten)

Beschouw een SI model voor een ongeneeslijke SOA (seksueel overdraagbare aandoening) zoals AIDS in Nederland. Er is een constante aanwas, a , van vatbaren ("susceptibles"), S , omdat jongeren op een bepaalde leeftijd seksueel actief worden, en we verliezen vatbaren met snelheid d wanneer ze sterven, een monogame relatie beginnen, of stoppen met sex. Vatbaren worden besmet door infectie met geïnfecteerden, I , uit de Nederlandse populatie, en met een kleine kans, ϵ , tijdens vakanties in het buitenland. We schrijven het volgende model

$$\frac{dS}{dt} = a - dS - \beta SI - \epsilon S \quad \text{en} \quad \frac{dI}{dt} = \beta SI + \epsilon S - \delta I .$$

- Wat is de R_0 van de epidemie als we de buitenlandse infecties kunnen verwaarlozen?
- Neem even aan dat **deze** $R_0 < 1$. Zal de infectie in Nederland uitsterven als buitenlandse infecties zeldzaam zijn? Geef een korte verklaring.
- Teken isoclines voor het volledige model met buitenlandse infecties, en maak onderscheid tussen de situaties dat **deze** R_0 groter en kleiner is dan één. Schets het vectorveld en bepaal de stabiliteit van de evenwichten.

Vraag 4: Boerlijst et al., PLOS ONE 2013. (10 punten)

- a. Beschrijf de verschillen tussen de 4 panelen in Figuur 2. Maximaal 50 woorden!
- b. Verklaar kort maar helder waarom er geen early warning signal komt in Figuur 2B. Maximaal 50 woorden!

Vraag 5: Huisman & Weissing, Nature 1999. (10 punten)

- a. Wat is het verschil tussen de matrix C en K in de "Methods"? Maximaal 50 woorden!
- b. Waarom verandert de dynamiek van het systeem in Figuur 1c na 1000 dagen? Maximaal 25 woorden!

Vraag 6: Bohannan & Lenksi, American Naturalist 1999. (10 punten)

- a. Schrijf een korte interpretatie van Figuur 1 waarin de boodschap van deze figuur goed tot zijn recht komt. Maximaal 100 woorden!
- b. Verklaar hoe het komt dat in Figuur 4b de dynamica van de bacteriën stabiel wordt. Maximaal 50 woorden!

Vraag 7: Berngruber et al., PLOS Pathogens 2013. (10 punten)

- a. Schrijf een korte interpretatie van Figuur 4 waarin de boodschap van deze figuur goed tot zijn recht komt. Maximaal 100 woorden!
- b. Verklaar in eigen woorden wat de parameter ϕ beschrijft. Maximaal 25 woorden!

①

Antwoorden Toets 2: 2 nov. 18

Antwoordvel

Vraag:

Naam:

Student nummer:

1a Er zijn dan 3 resources: R, E₁, en E₂; en die kunnen dan maximaal 3 bacterie soorten onderhouden

$$1b \quad \frac{dR}{dt} = s - dR - \frac{aRB_1}{h_1 + R}, \quad \frac{dB_1}{dt} = \frac{aRB_1}{h_1 + R} - d_1 B_1$$

$$\frac{dE_1}{dt} = e_1 B_1 - d_1 E_1 - \frac{a_{21} B_2 E_1}{h_2 + E_1}$$

$$\left[\frac{dE_2}{dt} = e_2 B_1 - d_2 E_2 - \frac{a_{32} B_3 E_2}{h_3 + E_2} \right]$$

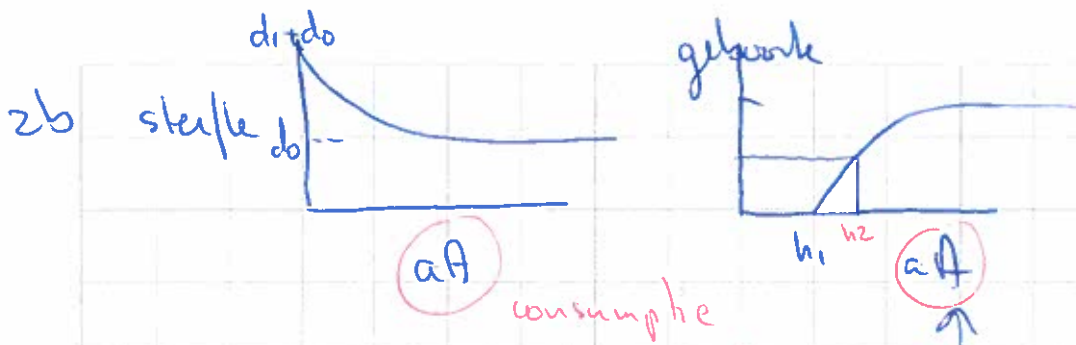
$$\frac{dB_2}{dt} = \frac{a_{21} B_2 E_1}{h_2 + E_1} - d_2 B_2$$

$$\left[\frac{dB_3}{dt} = \frac{a_{32} B_3 E_2}{h_3 + E_2} - d_3 B_3 \right]$$

$$2a \quad \frac{dE}{dt} = a_1 - d_1 E - \frac{kEY}{h+E} \quad \left(\begin{array}{l} \text{empty} \\ \text{schelpen} \end{array} \right)$$

$$\frac{dY}{dt} = a_2 - d_2 Y - \frac{kEY}{h+E} \quad \text{jonge kreeften}$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{kEY}{h+E} - d_3 K \quad \text{volwassen kreeften}$$



$$\frac{dA}{dt} = rA(1 - A/K) - \underbrace{(aA)P}_{\text{consumptie}} \quad \left(-\frac{aAP}{K+A} \right) \text{algen}$$

$$\frac{dP}{dt} = aE - d_0P - \frac{d_1P}{1 + aA/h_1} \quad \text{phytoplankton}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{eP(aA - h_1)}{h_2 + aA - h_1} - aE \quad \text{eieren}$$

$$= \frac{eP(aA - h_1)}{h_2 + aA}$$

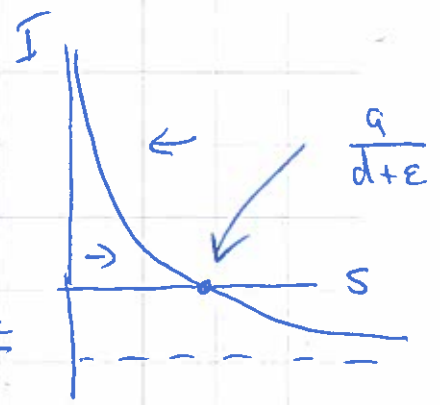
3a $R_0 = \frac{\beta \bar{S}}{\delta} = \frac{\beta}{\delta} \cdot \frac{q}{d}$

b Nee er is altijd een kleine influx van geïnfecteerde. I zal groter zijn dan eS/δ

c $\dot{S} = 0 \rightarrow I = \frac{q}{\beta S} - \frac{d+e}{\beta}$

$S \rightarrow 0 : I \rightarrow \infty$

$S \rightarrow \infty : I \rightarrow -\frac{d+e}{\beta}$



2

Antwoordvel

Vraag:

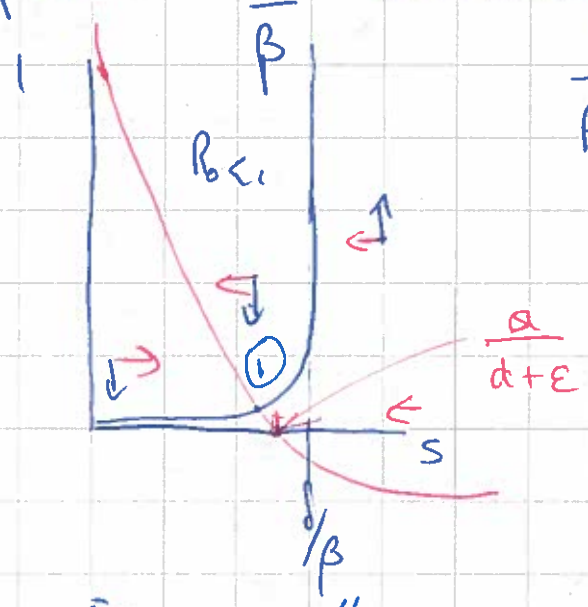
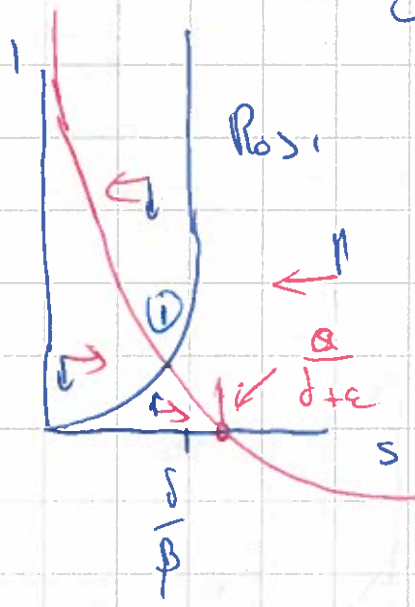
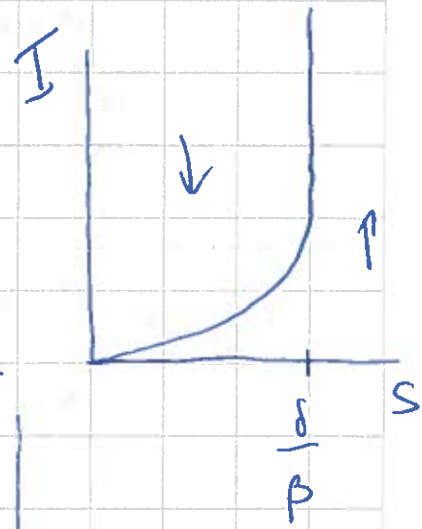
Naam:

Student nummer:

3C vervolg: $I \rightarrow 0 \rightarrow I = \frac{\epsilon S}{\delta - \beta S}$

$S \rightarrow 0 \rightarrow I \approx \frac{\epsilon}{\delta} S$

Verhale asymptoot: $S = \frac{\delta}{\beta}$



$$J = \begin{pmatrix} - & - \\ + & - \end{pmatrix}$$

Er is maar één evenwicht (⊙)
 $tr < 0$ niet triviale evenwicht
 $det > 0$ stabiel in beide situaties

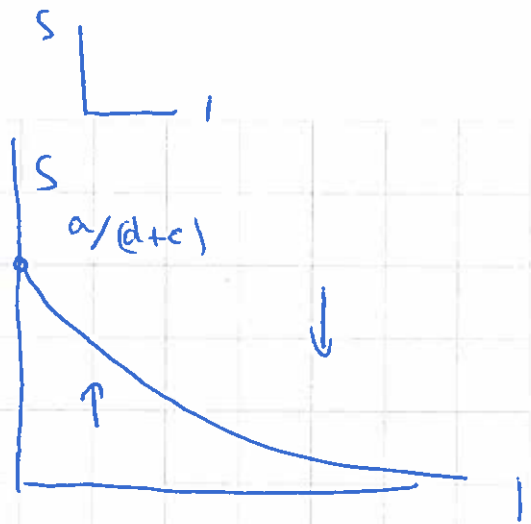
~~$(I=0, S = \frac{\epsilon}{\delta - \beta S})$ evenwicht (⊙) (stabiliteit (zadel))~~

Alternatief 3C

$$\dot{S} = 0 = a - dS - \beta SI - \epsilon S$$

$$S = \frac{a}{d + \epsilon + \beta I}$$

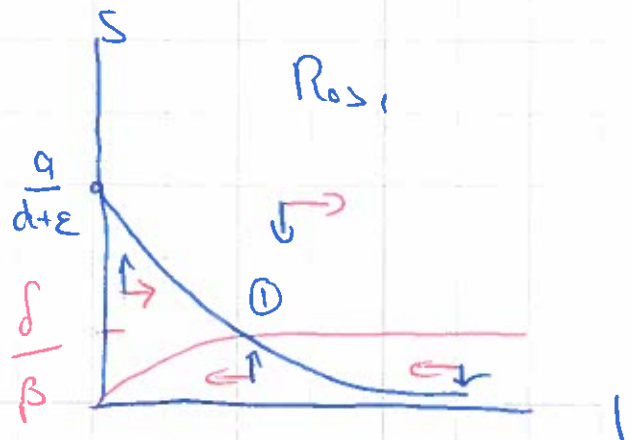
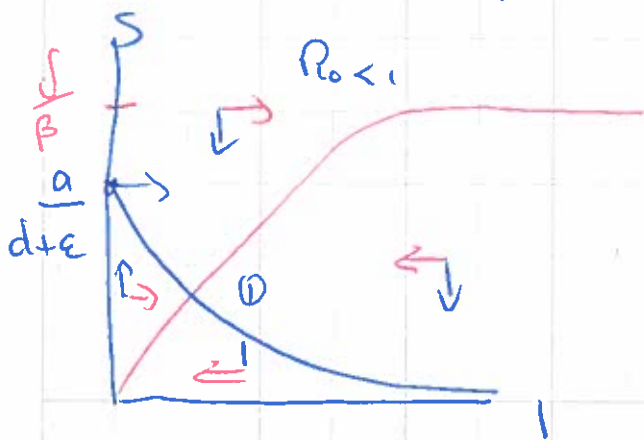
$$\text{VA: } I = - \frac{d + \epsilon}{\beta}$$



$$\dot{I} = 0 = \beta SI + \epsilon S - \delta I$$

$$S * (\beta I + \epsilon) = \delta I$$

$$S = \frac{\delta I}{\epsilon + \beta I} = \frac{\delta/\beta I}{\epsilon/\beta + I}$$



Er is maar 1 evenwicht ①:

$$\textcircled{1} \begin{pmatrix} - & + \\ - & - \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{tr} < 0 \\ \text{det} > 0 \end{array} \right\} \text{stabiel}$$

3

Antwoordvel

Vraag:

Naam:

Student nummer:

- 4a De coëfficiënt van variatie in de 3 populatie dichtheden wordt geplott als functie van μ_p voor:
- A: noise op de death rate van de juveniel
- B: " " " " " " " " adulten
- C: " " " " " van alle drie onafhankelijk
- D: " " " " " " " " hetzelfde
- b De eigen vector behorende bij de eigenwaarde die door 0 gaat wijst voornamelijk in de richting van de juvenielen. Alleen verstoringen in die richting doven dan langzaam uit
- 5a De C matrix bevat de hoeveelheden ^{opgenomen} resource per consumer.
- De k matrix bevat alle vereenvoudigings constanten per resource per consumer
- b Soort 4 wordt geïntroduceerd
- 6a De populatie dichtheden in de tijd worden voorspeld door het model. Bij lage glucose input gaat het systeem naar een evenwicht. Bij hoge glucose input gaan de sazen en gewelige bacteriën oscilleren

rond ongeveer dezelfde waarde. De resistente bacteriën bereiken een veel hoger niveau en blijven stabiel. Als we alleen naar bacteriën zonder lyfen zien we een cryptic oscillation: lyfen oscilleren en hun gaten niet

b. Door evolutie (mutatie) ontstaan er resistente bacteriën en krijgen we een cryptic oscillatie

Ja Tijdens de initiële piek van de epidemie wordt de virulent / non virulent ratio van vrij virus en pro-virus geplott als functie van de ^{initiale} prevalentie. De ratio's zijn het grootst als de prevalentie laag was. De free virus ratio is altijd hoger dan de pro-virus ratio.

Dit ondersteunt de derde versie van het model

b. ϕ is de fractie virus dat integreert in het genoom van de bacterie. $1-\phi$ de fractie die tot lysis leidt